12.φ^4-kinkの粘性係数(パターン形成,運動と統計,研究会報告)

小形, 正男

文　献

1) K. Kawasaki and T. Ohta, Physica **116A** (1982) 573.

2) K. Kawasaki and T. Nagai, ibid. **121A** (1983) 175.

3) T. Nagai and K. Kawasaki, ibid. **120A** (1983) 587.

11. 核生成－成長型1次相転移過程の2相パターン

京大・基研　関　本　　謙

秩序変数非保存の系の，核生成－生長型1次相転移ダイナミクスに就いて，準安定相と安定相のつくる2相パターン，特にそれを記述する相関函数の理論を報告した。講演の内容はより詳しい形で物性研究43－3（1984）p. 107に発表されているのでそちらを御参照下さい。（又，短い解説が学会誌「最近の研究から」に掲載される予定。）

12. ϕ^4－kink の粘性係数

東大・理　小　形　正　男

1. はじめに

1次元系の kink（又は domain wall）というパターンが，熱平衡系において，どの様な運動をしているかという問題については，未だわかっていない面が多い。[1] 低温での動的な振舞いに対しては，kink を自由粒子として扱う free kink gas model が提唱されている。[1,2] しかし温度が高くなるにつれて，他の励起との相互作用によって引き起こされる種々の現象が重要になってくる。特に熱励起された phonon（ポテンシャルの極小付近の振動）との衝突の高次の効果を考慮すると，kink の粘性係数や Brown 運動が生ずることがわかった。

2. kinkのランダム・ウォーク的な Brown運動

和田 - Schriefter は，まず kink と phonon の波束との衝突過程を調べた。[3] 十分低温であると考えて以下の近似をする。(1) kink の密度は小さく，kink 間相互作用は無視する。(2) phonon は熱励起されると考えるので，振幅は十分小さいとして，それに関する摂動展開で計算する。

ϕ^4 系の Hamiltonian と kink解は

$$H = A\int\frac{\mathrm{d}x}{l}\left[\frac{p(x)^2}{2mA} + \frac{\omega^2}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 - \frac{\omega_0^2}{4}\phi^2 + \frac{\omega_0^2}{8\phi_0^2}\phi^4\right], \tag{1}$$

$$\phi_k(x) = \phi_0 \tanh\left(\frac{x}{2d}\right), \tag{2}$$

$$A = ml^2,\quad d = \omega/\omega_0 .$$

とする。衝突後の様子を調べると摂動の2次のオーダーで，kink の中心がシフトすることがわかった。同時に2次の高調波（振動数が入射 phonon の振動数 ω の2倍の phonon）が出てゆく[3]（図1）。熱平衡状態においては，熱励起された phonon が kink にランダムに衝突して，その度にこの2次のシフトが起こり，その結果 kink はランダムウォーク的な Brown 運動をすると考えられる。この考えに立って，和田－Schriefter は，kink の拡散係数を

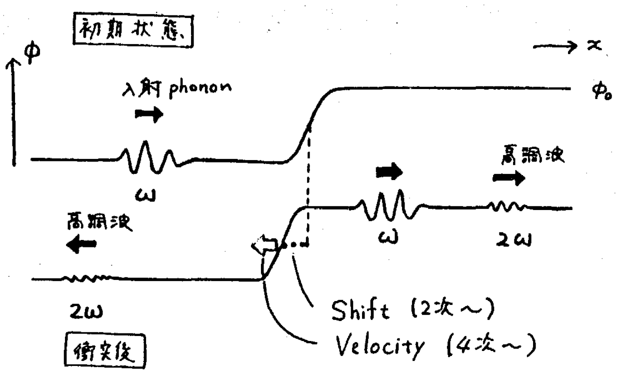

図 1

$$\mathcal{D} = \lim_{t\to\infty} \langle \delta^2(t) \rangle / 2t,\quad (\ \delta(t)\text{は kink のシフト}) \tag{3}$$

の式によって求めた。phononの振幅の2乗は熱平均によって，温度に比例するので，この拡散係数 $\mathcal{D}$ は T^2 に比例する。

3. Kink の粘性係数

さらに高次の相互作用は，まず計算機シミュレーションによって調べられた。[4] その結果，初め止まっていた kink は衝突後 phonon振幅の4乗に比例した速度で動き出すことがわかった。

特に2次の高調波が運動量を持ち去る現象によって kink が運動量を受けとる(図1)。最近 phononの振幅に関する摂動によっても，この運動量交換が求められることが示された。[5)]

ところで，通常の Brown 運動の場合，Brown 粒子と水分子の運動量交換は，粒子に対する粘性を引き起こす。この機構が ϕ^4 - kink に対して成りたつとすれば， phononとの衝突は kink に対する粘性抵抗を生ずるであろうと考えられる。運動量交換は phononの振幅の4乗に比例するから，得られる粘性は T^2 に比例すると予想される。

実際に粘性係数の計算は，最近筆者らによって行なわれた。[6)] まず，もとの場 $\phi(x, t)$を

$$\phi(x, t)=\phi_{\mathrm{k}}(x-X(t))+\eta(x, t), \tag{4a}$$

と変換する。但し $\eta(x, t)$ に Goldstone modeが含まれないという条件

$$\int \eta(x, t)\frac{\partial \phi_{\mathrm{k}}}{\partial x}(x-X(t))\,\mathrm{d}x=0, \tag{4b}$$

を付ける。[7)] この変換により kink の中心座標 $X(t)$に対する運動方程式が得られる。次に $X(t)$に対して，森[8)] の揺動力に関する公式を適用する。この公式によると運動方程式は，一般化された Langerin方程式

$$\ddot{X}(t)=-\int_0^t \gamma(t-\tau)\dot{X}(\tau)\,\mathrm{d}\tau+R(t), \tag{5}$$

$R(t)=e^{-itP'\mathscr{L}}\ddot{X}$,

$\gamma(t)=\langle R(t)R(0)\rangle/\langle\dot{X}\dot{X}\rangle$,

$\langle\ ,\ \ \rangle$は初期値に関するカノニカル平均

$P'=1-P$, Pは$\dot{X}$への射影演算子

$\mathscr{L}$は Liouville 演算子

に書きかえられる。最後に低温展開(phononの振幅に関する摂動) によって遅延抵抗関数 $\gamma(t)$を計算した。特に$\gamma(t)$のFourier-Laplace 変換の $\omega\to 0$ の極限は

$$\Gamma(\omega=0)=0.138\frac{1}{\phi_0^4}\left(\frac{k_{\mathrm{B}}T}{m l d\omega_0^2}\right)^2\omega_0, \tag{6}$$

となり，T^2 に比例するという予想と一致した。

4. Kinkの Brown 運動における2つのメカニズム

さて，今求められたΓと拡散係数の関係を調べてみよう。単純な Einstein の関係 $\mathscr{D}=k_{\mathrm{B}}T$

$/M\Gamma(\omega=0)$ は成立しない。($M=2\phi_0^2/3d$:Kinkの質量)そのため，2次のシフトによるランダム・ウォーク的な Brown 運動 ($\mathscr{D}$) と4次の運動量交換による粘性 (Γ) から生じる Brown 運動とは，独立な2つのメカニズムであると考えられる。両者の関係は揺動散逸定理

$$D(\omega)\equiv\int_0^\infty<\dot{X}(t)\,\dot{X}(0)>e^{-i\omega t}\,dt=k_B T/M(i\omega+\Gamma(\omega)) \tag{7}$$

を調べることによってわかった。$\Gamma(\omega)$ の ω^2 に比例した項を調べると，

$$\Gamma(\omega)=\Gamma(\omega=0)+\omega^2\frac{M}{k_B T}\mathscr{D}+O(\omega^4) \tag{8}$$

となっていて，これを(7)式に代入した式が低温，低振動数での $\Gamma(\omega=0)$ と $D(\omega)$ の関係を与える。$\omega\to 0$ の極限では，Einstein の関係 $D(\omega=0)=k_B T/M\Gamma(\omega=0)\propto T^{-1}$ が成り立つ。一方，有限の ω で $T\to 0$ の極限をとると，$D(\omega)=\dfrac{k_B T}{iM\omega}+\mathscr{D}+\cdots$ となり，実部の最低次が $\mathscr{D}\,(\propto T^2)$ になっている。これからわかるように，$\omega=0$ か $\omega\neq 0$ かで拡散係数 $D(\omega)$ の温度依存性が全く変わってしまう。実際に Kink 系に対する NMR 等の実験で，どちらの拡散係数が観測されるかということは興味深い問題である。

参考文献

1) J. A. Krumhansl and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **B11** (1975), 3535.

2) 古くは K. Kawasaki, Prog. Theor. Phys. **55** (1976), 2029.

3) Y. Wada and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **B18** (1978), 3897, N. Theodorakopoulos; Z. Physik **B33** (1979), 385.

4) H. Ishiuchi and Y. Wada, Prog. Theor. Phys. **69** (1980) Supple. p. 242.

5) M. Ogata and Y. Wada, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984), 3855.

6) M. Ogata and Y. Wada, preparing.

7) この方法は，collective coordinate method と呼ばれる。Review としてR. Jackiw, Rev. Mod. Phys. **49** (1977), 681.

8) H. Mori, Prog. Theor. Phys. **33** (1965), 423.